УДК 62-236.58

Гаврильченко О. А., Дорохов Н. Ю.

АНАЛИЗ И РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ СИСТЕМ ПРОМЫШЛЕННЫХ РОБОТОВ

В последнее время большое внимание уделяется роботизации различных технологических процессов. Для этих целей широко используются манипуляционные системы промышленных роботов (МСПР). Эффективность и надежность работы МСПР определяется как кинематикой звеньев, так и системой их управления. Основной проблемой управления является проблема точного позиционирования, т. е. точного отслеживания заданной траектории в пространстве и во времени. Факторами, порождающими эту проблему, являются существенная нелинейность динамической и кинематической модели, динамическая взаимосвязь между отдельными системами, а также незапланированные факторы: изменение программы траектории или неожиданное изменение полезной нагрузки [1–3].

Целью работы является расширение и уточнение существующих динамических моделей, в частности уравнений движения манипуляционных систем промышленных роботов.

Уравнения динамики МСПР совместно с условиями, описывающими тот или иной процесс движения, образуют динамическую модель заданного рабочего процесса. Динамические модели широко используются на предварительной стадии проектирования, когда по результатам моделирования оценивают создаваемый вариант конструкции МСПР. При этом в основном решаются следующие задачи:

– определение усилий в приводах, необходимых для реализации заданного движения звеньев (задача решается с целью ориентировочного определения мощности двигателей);

– определение реакций в шарнирах и опасных сечениях звеньев;

– расчет законов движения звеньев и схвата по заданным законам управления;

– изучение колебаний схвата около программных движений;

– определение оптимальных управлений, в смысле минимизации тех или иных функционалов качества [2].

В модели желательно, с одной стороны, более полно и точно описать динамический процесс (с учетом всех инерционных сил, сил трения, случайных возмущений, податливости в элементах конструкций, люфтов и др.), с другой стороны, стремиться к универсальности модели и минимизации времени решения всех задач моделирования. Однако на этапах проектирования не требуется модель, позволяющая быстро решать соответствующие задачи динамики. Здесь необходима универсальная модель, в смысле возможности решения вышеупомянутых задач. Напротив, в алгоритмах управления требуется быстро (в реальном масштабе времени) решать задачи динамики. Основу динамической модели составляет система дифференциальных уравнений движения. Проблема составления уравнений движения систем в общем виде была решена Лагранжем. Также свой вклад в разработку методов вывода и исследования уравнений динамики систем тел внесли такие ученые как Ю. Ф. Морошкин, Г. В. Коренева, А. Г. Овакимова, А. Ф. Верещагина и др.

МСПР представляет собой мгновенный пространственный механизм, в динамике которого имеет место взаимное влияние движений отдельных степеней подвижности, а также зависимость инерционных характеристик звеньев от конфигурации, так как каждое звено несет на себе меняющуюся по конфигурации совокупность последующих звеньев. Однако в некоторых случаях при исследовании динамических свойств МСПР можно не идти по пути последовательного описания всех возможных положений, скоростей и ускорений звеньев механизма, векторов и моментов сил инерции. Так, например, для описания движения звена можно установить экстремальные значения некоторых параметров, изменяющихся в процессе работы МСПР и влияющих в основном на такие величины, как массы и моменты инерции перемещаемых звеньев, усилия и моменты от полезной нагрузки. При этом получится модель для отдельной степени подвижности, что позволит настраивать управление привода на экстремальные значения параметров [1, 2].

Практически в каждом известном методе описания движения МСПР принята большая или меньшая мера упрощения (идеализация) реального процесса. Так при малых значениях скоростей движения звеньев можно не учитывать центробежные и кориолисовы силы инерций, действующие на звенья МСПР, так как они малы. В некоторых случаях массы звеньев можно считать сосредоточенными в их центрах инерции. В большинстве случаев звенья МСПР можно считать абсолютно твердыми телами и так далее. Подобные упрощения обусловлены большой сложностью учета всех факторов, присущих МСПР.

Исторически первый способ моделирования динамики механических систем состоял в выводе уравнений движения этой системы в явном (аналитическом) виде и последующем количественном или качественном исследовании этих уравнений. Такой способ моделирования называют аналитическим. Основными причинами неэффективности аналитического моделирования считают огромные вычислительные затраты, необходимые для вывода уравнений движения МСПР (с тремя и более степенями подвижности) и их громоздкость. В настоящее время хорошо развиты компьютерные методы моделирования МСПР, в которых весь процесс динамического исследования проводится автоматически, без предварительного составления уравнений движения МСПР. Общим для этих методов является то, что по информации о кинематической схеме, структуре, геометрических и масс-инерционных параметрах звеньев, а также по характеристикам движения в данный момент времени по тому или иному алгоритму рассчитываются характеристики движения в следующий момент времени и так далее. Такие способы моделирования называют пошагово-алгоритмическими.

В задачах управления МСПР в реальном масштабе времени большое значение имеет вычислительная эффективность программ, то есть их быстродействие. А время решения задач динамики в пошагово-алгоритмическом режиме значительно возрастает по мере пополнения модели, то есть по мере более полного учета всех динамических факторов. Моделирование динамики МСПР на различных стадиях проектирования не требует решения соответствующих задач в реальном масштабе времени. Эффективность математических моделей здесь характеризуется с точки зрения сложности алгоритмов их реализации на ЭВМ, полнотой описания реального физического процесса; объемом оперативной памяти, необходимой для размещения комплекса моделирующих программ, рабочих массивов, входной и выходной информации; и наконец возможностями этого комплекса.

К недостаткам пошагово-алгоритмических методов, не позволяющих моделировать динамику МСПР в реальном масштабе времени можно отнести следующие:

– общий характер методов вычисления динамического поведения МСПР не позволяет учесть индивидуальных особенностей исследуемой МСПР, последнее может значительно сократить время вычислений без изменения полноты модели;

– наличие трех-, двух- или одномерных входных и рабочих массивов в алгоритмах моделирования значительно сокращает время вычислений, из-за относительно большого времени поиска элементов этих массивов в памяти;

– наличие большого числа операторов перехода, логистических операторов, операторов цикла и других, также требуют машинного времени на их выполнение.

В задачах количественного исследования пошагово-алгоритмические методы значительно превосходят аналитические, однако, в задачах качественного анализа и синтеза МСПР с заданными динамическими свойствами они не могут заменить аналитические методы. Параметрический динамический синтез основан на поиске кинематических цепей, геометрических и масс-инерционных параметров звеньев, при которых механическая система имеет заданные динамические свойства. Для алгоритмического осуществления такого поиска необходимо формализовать критерии качества, организовать поисковый алгоритм и доказать его сходимость к искомому решению. Однако доказательство сходимости поисковых алгоритмов может быть осуществлено при наличии уравнений динамики [3].

Полное и всестороннее исследование, анализ и синтез динамики МСПР могут быть осуществлены только на основе разумного применения как пошагово-алгоритмических, так и аналитических методов моделирования. Однако аналитические методы, по вышеуказанным причинам, являются на сегодняшний день слабо разработанными.

Методы вывода уравнений динамики (или полной энергии), которые при ручной реализации требуют громоздких аналитических вычислений, быстро утомляют исследователя, что является причиной негативного отношения к аналитическому моделированию МСПР со многими степенями подвижности. Следовательно, основной показатель эффективности метода ручного вывода уравнений (формул) заключается в том, чтобы он максимально освобождал исследователя от аналитических расчетов и преобразований. Такой метод дает большую гарантию отсутствия ошибок в вычислениях.

Расчетные формулы (4.42 – 4.45, 4.146, 4.192) [4] получены автором после значительных алгебраических и тригонометрических преобразований и упрощений. Использование этих формул освобождает исследователя от необходимости вычисления производных и проведения алгебраических операций над громоздкими выражениями. Все это раз и навсегда сделано при их выводе, а соответствующие формулы для конкретных МСПР получаются из общих, как частный случай.

Уравнение движения, определяющее динамическую модель исследуемой МСПР, записанное на основе уравнения (8) [3] будет иметь вид:

$$[M][\ddot{q}_1, \ddot{q}_2\ \ddot{q}_{31}]^T + [S]\left[\dot{q}_1^2, \dot{q}_2^2, \dot{q}_3^2\right]^T + 2[K][\dot{q}_1\dot{q}_2, \dot{q}_1\dot{q}_3, \dot{q}_2\dot{q}_3]^T = \{Q_D\} + \{Q_G\}, \qquad (1)$$

где $[M]$, $[S]$, $[K]$ – матричные коэффициенты;

$[\ddot{q}_1, \ddot{q}_2\ \ddot{q}_{31}]^T$ – вектор ускорений обобщенных координат;

$\left[\dot{q}_1^2, \dot{q}_2^2, \dot{q}_3^2\right]^T$ – вектор квадратов скоростей обобщенных координат;

$[\dot{q}_1\dot{q}_2, \dot{q}_1\dot{q}_3, \dot{q}_2\dot{q}_3]^T$ – вектор попарного произведения обобщенных скоростей;

$\{Q_D\}$ – вектор усилий развиваемых приводами;

$\{Q_G\}$ – вектор обобщенных сил, соответствующих силам тяжести.

При проведении качественного анализа влияния сил инерции на движение манипуляционной системы удобно матричное уравнение (1) с учетом (6) [3] представить однородным векторным уравнением:

$$\{Q_D\} + \{Q_G\} + \{Q_F\} - \{Q_M\} - \{Q_S\} - \{Q_K\} = 0\,, \qquad (2)$$

где $\{Q_F\}$ – вектор обобщенных сил от действия внешних нагрузок;

$\{Q_M\}$ – вектор, определяемый касательными составляющими сил инерции;

$\{Q_S\}$ – вектор, определяемый центробежными силами;

$\{Q_K\}$ – вектор, определяемый кориолисовыми силами.

Уравнение движения МСПР, записанное в форме (2), реализует известный в механике метод кинетостатики. Для сложных моделей сформировать это уравнение очень затруднительно, однако оно может быть полезно для проведения качественного анализа сил инерции, действующих на упрощенную модель манипуляционной системы.

Матричное уравнение (1) удобно для компьютерного моделирования динамики манипуляционных систем и проведения комплексного анализа влияния сил инерции, действующих на такие системы. Матричные коэффициенты данного уравнения могут быть сформированы автоматически с учетом сложной геометрии звеньев исследуемой манипуляционной системы.

Получить аналитические выражения для ненулевых элементов матричных коэффициентов уравнения (1) теоретически возможно используя формулы (26–28) [3], однако задача эта весьма трудоемкая.

Для проведения анализа влияния сил инерции на динамику МСПР, звенья которых моделируются телами простой геометрической формы, полезно использовать векторное уравнение (2). Это уравнение дает возможность несложными приемами получить аналитические выражения для сил инерции и всего уравнения движения системы.

Действительно, компонентами уравнения (2) являются векторы, элементы которых отражают влияние сил инерции на соответствующие звенья манипулятора. Рассматривая сложное движение манипуляционной системы как суперпозицию локальных движений, составляющих ее звеньев, можно поочередно рассматривая эти движения определять возникающие при таких движениях силы инерции. Суммированием найденных составляющих определяются результирующие силы, действующие на каждое звено манипулятора.

Функция положения точки (a_k, b_k) k-го звена МСПР:

$$\begin{cases} x_k = \sum\limits_{i-1}^{k-1} h_i c_i + d_k c_k - b_k s_k; \\ y_k = \sum\limits_{i-1}^{k-1} h_i s_i + d_k s_k - b_k c_k, \end{cases} \tag{3}$$

где x_k, y_k – координаты центра масс k-го звена;

$h_i = \ell_i + (1 - \delta_i) q_i$; $d_k = a_k + (1 - \delta_k) q_k$;

q_i – угловая обобщенная координата, определяющая поворот i-го звена;

q_k – угловая обобщенная координата, определяющая поворот k-го звена;

$c_i = \cos \alpha_i$, $s_i = \sin \alpha_i$, $\alpha_i = \sum\limits_{j=1}^{i} \delta_j q_i$;

α_i – подматрица, характеризующая ориентацию тела.

Производная от энергии ускорения по обобщенному ускорению $\ddot{q}_m$:

$$\frac{\partial G}{\partial \ddot{q}_m} = \sum_{k=m}^{n} \left\{ m_k (\ddot{x}_k x_{km} + \ddot{y}_k y_{km}) + \delta_m I_k^* \sum_{i=1}^{k} \delta_i \ddot{q}_i \right\}, \quad \left(m = \overline{1, n}\right), \tag{4}$$

где

$$x_{km} = \frac{\partial \ddot{x}_k}{\partial \ddot{q}_m} = (1 - \delta_m) c_m - \delta_m (A_k + s_{mk});$$

$$y_{km} = \frac{\partial \ddot{y}_k}{\partial \ddot{q}_m} = (1 - \delta_m) s_m - \delta_m (B_k + c_{mk});$$

$$A_k = b_k c_k - d_k s_k, \quad B_k = b_k s_k - d_k c_k;$$

$$s_{mk} = \sum_{i=m}^{k-1} h_i s_i, \quad c_{mk} = \sum_{i=m}^{k-1} h_i c_i, \quad h_{mm} = c_{mm} = 0,$$

где I_k^* – момент инерции k-го звена относительно оси, проходящей через его центр масс параллельно оси вращения.

Уравнения динамики в поле сил тяжести:

$$\sum_{i=1}^{n} H_{mi} \ddot{q}_i = U_m(t) - h_m(q, \dot{q}) + P_m(q), \tag{5}$$

где элементы симметричной матрицы H вычисляются по формуле:

$$
\begin{aligned}
H_{mi} = \sum_{k=m}^{n} m_k \{&(1-\delta_m)(1-\delta_i)(c_m c_i + s_m s_i) - \delta_i (1-\delta_m)[c_m (A_k + s_{ik}) + s_m (b_k - c_{ik})] - \\
&- \delta_m (1-\delta_i)[c_i (A_k + s_{mk}) + s_i (b_k - c_{mk})] + \\
&+ \delta_i \delta_m [(A_k + c_{ik})(A_k + s_{mk}) + (b_k - c_{ik})(b_k - c_{mk})] \} + \delta_i \delta_m \sum_{k=m}^{n} I_k ;
\end{aligned} \quad (6)
$$

$$
I_k = I_k^* + m_k \left(a_k^2 + b_k^2\right),
$$

а элементы вектора кориолисовых и центробежных сил инерции вычисляются следующим образом:

$$
h_m = \sum_{k=m}^{n} m_k \left(\varphi_k x_{km} + \psi_k y_{km}\right), \ \left(m = \overline{1, n}\right); \quad (7)
$$

$$
\varphi_k = -2\sum_{i=1}^{k}(1-\delta_i)\dot{q}_i \dot{\alpha}_i s_i - \sum_{i=1}^{k-1} h_i \dot{\alpha}_i^2 c_i + b_k \dot{\alpha}_k^2 ; \quad (8)
$$

$$
\psi_k = 2\sum_{i=1}^{k}(1-\delta_i)\dot{q}_i \dot{\alpha}_i c_i - \sum_{i=1}^{k-1} h_i \dot{\alpha}_i^2 s_i - A_k \dot{\alpha}_k^2 , \ \dot{\alpha}_i = \sum_{j=1}^{i} \delta_j \dot{q}_j . \quad (9)
$$

Обобщенная сила P_m, соответствующая силе тяжести, действующей на m-е звено, вычисляется по формуле:

$$
P_m = -g\left\{(1-\delta_m) s_m \sum_{k=m}^{n} m_k - \delta_m \sum_{k=m}^{n} m_k (b_k - c_{mk})\right\}, \quad (10)
$$
$$
m = 1, 2, 3, \ldots, n .
$$

Видно, что по расчетным формулам (5–10) записать уравнения динамики МСПР, например с 6-ю степенями подвижности, не представляет большого труда. Для этого необходимо конкретизировать данную формулу для известных значений δ_i, а также значений $\ell_i, q_i, m_i, a_i, b_i, I_i$ или их обозначений (идентификаторов). Если же исследователь начнет выводить эти уравнения по одному из традиционных формализмов, то ему понадобится на это значительно больше времени, чем на доказательство формулы (6).

Расширим теперь класс МСПР, считая, что звенья могут образовывать поступательные пары с направляющими, перпендикулярными плоскости xoy.

В этом случае получится класс пространственных МСПР, уравнения динамики которых также можно получить в общем виде.

Компактные (конечные) формулы для функции положения произвольных МСПР получить не удалось. Однако работа с рекуррентными формулами (1.48) [3] значительно сокращает время, если требуется вычислить функцию положения центров масс всех звеньев рассматриваемой МСПР. Или, например, в разделе 4.17 [4] приведен алгоритм вывода проекции $\omega_{k1}, \omega_{k2}, \omega_{k3}$ абсолютной угловой скорости k-го звена на его связанные оси. Согласно этому алгоритму:

$$
\omega_{k1} = \sum_{i=1}^{k-1} \delta_i P_{ki} \dot{q}_i , \ \omega_{k2} = \sum_{i=1}^{k-1} \delta_i Q_{ki} \dot{q}_i , \ \omega_{k3} = \sum_{i=1}^{k-1} \delta_i R_{ki} \dot{q}_i + \delta_k \dot{q}_k , \quad (11)
$$

где

$$
\begin{cases}
P_{i\ell} = R_{i-1,\ell} \cdot s_i + Q_{i-1,\ell} \cdot c_i ; \\
Q_{i\ell} = R_{i-1,\ell} \cdot c_i + Q_{i-1,\ell} \cdot s_i ; \\
R_{i\ell} = P_{i-1,\ell} ,
\end{cases} \quad (12)
$$

$$i = \ell + 1,\ \ell + 2, \ldots, k,\ \ (P_{\ell\ell}, Q_{\ell\ell}, R_{\ell\ell}) = (0,\ 0,\ 1).$$

Развивая методы, изложенные в разделах 4.14, 4.17 [4] можно получить формулы для вычисления элементов матрицы и векторов произвольной МСПР. Здесь мы ограничимся записью формулы для вычисления эффективных моментов инерции:

$$H_{kk}(q) = \delta_k \sum_{\ell=k}^{n} \left[m_\ell \left(x_{\ell k}^2 + y_{\ell k}^2 + z_{\ell k}^2 \right) + I_{\ell 11} P_{\ell k}^2 + I_{\ell 22} Q_{\ell k}^2 + I_{\ell 33} R_{\ell k}^2 \right] + (1 - \delta_k) \sum_{\ell=k}^{n} m_\ell \ ,$$

где $x_{\ell k}^2,\ y_{\ell k}^2,\ z_{\ell k}^2$ – функции положения центра масс (a_ℓ, b_ℓ, d_ℓ) ℓ-го звена относительно системы k-го звена, они вычисляются по формуле:

$$\begin{cases} x_{\ell,i-1} = z_{\ell i} + \xi_i [\ell_{i-1} + (1 - \delta_i) q_i]; \\ y_{\ell,i-1} = x_{\ell i} c_i - y_{\ell i} s_i + \eta_i [\ell_{i-1} + (1 - \delta_i) q_i]; \\ z_{\ell,i-1} = x_{\ell i} s_i - y_{\ell i} c_i + \varsigma_i [\ell_{i-1} + (1 - \delta_i) q_i], \end{cases}$$

$$i = \ell,\ \ell - 1,\ \ldots,\ k + 1;\ (x_{\ell\ell},\ y_{\ell\ell},\ z_{\ell\ell}) = (a_\ell, b_\ell, d_\ell).$$

После определения законов изменения усилий в приводах манипулятора, обеспечивающих движение его рабочего органа по заданной программной траектории с необходимыми скоростями, возникает вопрос оптимизации этих законов. Это связано с тем, что при движении рабочего органа по сложной траектории возникают динамические эффекты, вызываемые силами инерции разной природы. Анализ влияния сил инерции на усилия, развиваемые приводами, через анализ ненулевых элементов матричных коэффициентов уравнения (1), позволяет доработать конструкцию манипулятора при его проектировании, или выполнить допустимую корректировку программной траектории, с учетом оптимизации этого влияния при программировании движения.

Предложенный подход позволяет расширить и уточнить диапазон изменения динамических характеристик звеньев при решении задачи точности позиционирования МСПР.

ВЫВОДЫ

Проведено исследование динамических моделей, в частности уравнений движения манипуляционных систем промышленных роботов, полученных на основе уравнения Лагранжа 2-го рода с применением аппарата матриц преобразования однородных координат. Получены уравнения, позволяющие проводить исследование влияния сил инерции, путем анализа соответствующих элементов матричных коэффициентов уравнения движения, методами математического анализа.

Полученные данные являются основой для формирования динамических уравнений движения манипулятора, решение которых позволит оценить динамические ошибки и повысить точность системы управления.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Динамика управления роботами / В. В. Козлов, В. П. Макарычев, А. В. Тимофеев, Е. И. Юревич. – М. : Наука, 2002. – 336 с.

2. Мелентьев Ю. И. Динамика манипуляционных систем роботов / Ю. И. Мелентьев, А. И. Телегин. – Иркутск : ИрГУ, 1989. – 348 с.

3. Hedjar R. Non-linear receding-horizon control of rigid link robot manipulators / R. Hedjar, P. Boucher // Int. J. of Advanced Robotic Systems. – 2005. – V. 2. – № 1. – P. 15–24.

4 Chen W. H. Optimal control of nonlinear systems: a predictive approach / W. H. Chen, D. J. Balance, P. J. Gawthrop // Automatica. – 2003. – V. 39. – P. 603–641.

Статья поступила в редакцию 14.05.2013 г.